

# Ein verallgemeinertes Verfahren der Substrukturtechnik für den Aufbau dynamischer Superelemente

S. Dieker, Bremen

**Übersicht:** Ausgehend von einem allgemeinen Konzept der modalen Substruktursynthese wird ein Verfahren für den Aufbau reduzierter Substrukturmatrizen angegeben, die mit Hilfe von Booleschen Matrizen gekoppelt werden können. Die Einordnung der Substrukturmatrizen in Gesamtmatrizen kann unter Verwendung von Indextafeln genau so geschehen, wie es auch bei herkömmlichen Elementmatrizen üblich ist: dynamische Superelemente. Es wird gezeigt, daß viele in der Literatur bekannte Verfahren (z. B. Guyan, Hurty bzw. Craig-Bampton, Hou-Goldman, Craig-Chang) in dem hier vorgestellten Verfahren beinhaltet sind und somit diesen Verfahren entsprechende dynamische Superelemente aufgebaut werden können. Die sehr einfache Formulierung des Verfahrens sowie seine hohe Flexibilität vereinfachen Einsatz und Vergleich der verschiedenen Ansätze. Insbesondere ist dies für die Ansatzformen nach Craig und Chang von Bedeutung: Die allgemein anerkannte Leistungsfähigkeit der Ansätze kam in der Vergangenheit aufgrund der relativ aufwendigen Formulierung des Craig-Chang-Verfahrens nur selten zur Geltung.

## A generalized approach in component mode synthesis for the generation of superelements using arbitrary mode shapes

**Summary:** Based upon a general formulation of component mode synthesis, a method is described that allows to generate superelements in dynamic analysis. The mode shapes used for dynamic reduction may be any Ritz vectors and are not limited to special normal modes or static deflections. The superelements are characterized by physical degrees of freedom at the interface points. Therefore, coupling of matrices is done by simple addition of the mass and stiffness matrices of the superelements. Many approaches published in the past (e.g. Guyan, Hurty and Craig-Bampton, Hou-Goldman, Craig-Chang) may be considered to be special applications of the method given here. Due to this, the generation of superelements that correspond to the different approaches is possible. The main advantage of the formulation is the description of the degrees of freedom at the interfaces between different substructures by physical degrees of freedom. This yields an effective application and comparison of the different Ritz vectors and allows to introduce – if necessary – additional coupling elements. Special account is taken to the mode shapes used by Craig and Chang: free normal modes and inertia relief attachment modes. The application of these modes results in a high accuracy of the mathematical model of the coupled structure. However, there exist only sporadic applications due to the high effort necessary to couple the substructures using the original formulation by Craig and Chang. The formulation by superelements overcomes this disadvantage.

Dr.-Ing. S. Dieker, MBB/ERNO Raumfahrttechnik GmbH, Strukturmechanik, Hünefeldstr. 1–5, W-2800 Bremen 1

## 1 Einleitung

Aufgabe der Substrukturtechnik ist es, komplexe Strukturen in einzelne Substrukturen zu zerlegen, diese Substrukturen getrennt dynamisch zu analysieren, die Substrukturmatrizen auf möglichst wenig Freiheitsgrade zu reduzieren und die reduzierten Matrizen wieder zur Gesamtstruktur zusammenzusetzen.

In Tabelle 1 ist schematisch eine Vorgehensweise bei der modalen Substrukturkopplung dargestellt.

Nach dem Aufbau der unreduzierten Matrizen für die einzelnen Substrukturen (z. B. Massen- und Steifigkeitsmatrix der Substruktur „a“; Schritt A) werden diese Matrizen mit einer geeigneten Formmatrix **T** transformiert (Schritt B). Die Spaltenvektoren dieser Matrix sind Ritzsche Vektoren und spannen nur noch einen Unterraum des ursprünglichen Lösungsraumes auf. Bei geeigneter Wahl der Ritzschen Vektoren kann die Anzahl der Freiheitsgrade drastisch reduziert werden. Die neuen, im allgemeinen von den Ausgangsfreiheitsgraden unterschiedlichen generalisierten Freiheits-

**Tabelle 1.** Schema der modalen Substruktursynthese

A) Aufbau der physikalischen Matrizen für die Substrukturen

$$\mathbf{K}^a; \mathbf{M}^a; \text{physikalische Freiheitsgrade } \mathbf{u}^a$$

B) Transformation der physikalischen in generalisierte Koordinaten unter Verwendung der Ansatzformen bei gleichzeitiger Reduktion

$$\mathbf{u}^a = \mathbf{T} \mathbf{q}^a; \quad \mathbf{k}^a = \mathbf{T}^T \mathbf{K}^a \mathbf{T} \\ \mathbf{m}^a = \mathbf{T}^T \mathbf{M}^a \mathbf{T}$$

C) Aufbau der ungekoppelten Matrizen der Gesamtstruktur

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}^a & & & \\ & \mathbf{k}^b & & \\ & & \mathbf{k}^c & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}; \quad \mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}^a & & & \\ & \mathbf{m}^b & & \\ & & \mathbf{m}^c & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{q} = [\mathbf{q}^a; \mathbf{q}^b; \mathbf{q}^c; \dots]^T$$

D) Einführung von Zwangsbedingungen (Kopplung)

$$\mathbf{C} \mathbf{q} = \mathbf{o}; \text{ falls möglich in der Form } \mathbf{q} = \mathbf{F} \mathbf{p}$$

Vektor der unabhängigen Freiheitsgrade: **p**

E) Endgültiges System

$$\mathbf{K} \mathbf{p} + \mathbf{M} \ddot{\mathbf{p}} = \mathbf{f}$$