

Berechnung von interlaminaren Spannungen in mehrschichtigen Faserverbundwerkstoffen mit Hilfe von Übertragungsmatrizen

Huba ÖRY und Hans-Günther REIMERDES, RWTH Aachen,
Stefan DIEKER, MBB-ERNO, Bremen *)

Übersicht: Die interlaminaren Spannungen in einem mehrschichtigen Laminat werden mit Hilfe von Übertragungsmatrizen berechnet. Es wird gezeigt, wie dabei mögliche numerische Schwierigkeiten vermieden werden können. Auf die Berücksichtigung von plastischem Materialverhalten und Delamination wird eingegangen. Einige numerische Ergebnisse werden vorgestellt.

The calculation of interlaminar stresses in multi-layer composite materials using a transfer matrix method

Summary: In this paper, interlaminar stresses in multi-layer laminates are calculated using a transfer matrix method. A new procedure for avoiding numerical difficulties is given. The influence of non-linear material behavior and edge delamination is also taken into account. The results of some numerical calculations are presented.

1. Einleitung

Die Methode der Übertragungsmatrizen bietet viele Vorteile bei der Berechnung elastischer Strukturen. Sie ermöglicht eine klare und präzise Formulierung und die Berücksichtigung der wahren Randbedingungen. Sie stellt die exakte Lösung der Differentialgleichung dar. Ist die Übertragungsmatrix einer elastischen Struktur bekannt, so kann diese auch in ein finites Element umgewandelt und in ein gängiges FE-Programmsystem eingebaut werden.

Numerische Schwierigkeiten, die bei der Verwendung von Übertragungsmatrizen auftreten können, haben dazu geführt, daß dieses Verfahren nur selten angewendet wird. Es gibt allerdings verschiedene Möglichkeiten zur Überwindung dieser numerischen Schwierigkeiten. Ergeben sich zum Beispiel Probleme durch die häufige Multiplikation identischer oder ähnlicher Matrizen [1], können diese, indem man auf die Eliminierung der Zwischengrößen verzichtet, durch die globale simultane Lösung des gesamten Gleichungssystems beseitigt werden.

Eine andere Art von numerischen Schwierigkeiten tritt bei solchen elastischen Systemen auf, die prinzipiell auf die Differentialgleichung des langen Biegebalkens auf elastischer Bettung zurückgeführt werden können. Eine große Anzahl von Scheiben-, Platten- und Schalenproblemen gehört zu dieser Gruppe, besonders dann, wenn es um das Abklingen von Randstörungen geht. Sind diese Strukturen „lang“, so setzt man die wahren Randbedingungen an einer Stelle ein, an der die Störungen bereits weitgehend abgeklungen sind. Daraus resultieren numerische Schwierigkeiten. Bei einem langen Biegebalken auf elastischer Bettung kann man diesen wie ein „halbunendliches System“ betrachten, das für daran angeschlossene Strukturen als elastische Stützung und/oder Einspannung aufgefaßt werden kann (BILD 1 nach [2]). Auf diesem Wege lassen sich zum Beispiel die schnell abklingenden, axialsymmetrischen Biegestörungen an der Anschlußstelle eines zylindrischen Druckbehälters zu einem elliptischen Boden ermitteln, indem beide Teile als Biegebalken auf elastischer Bettung idealisiert werden (siehe BILD 2).

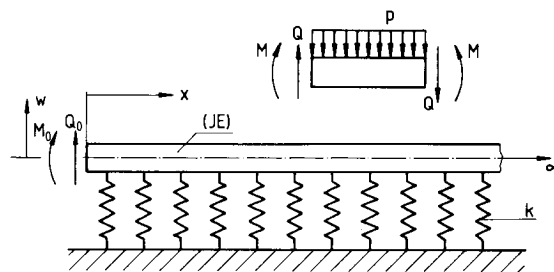


BILD 1: Halbunendlicher Balken auf elastischer Bettung

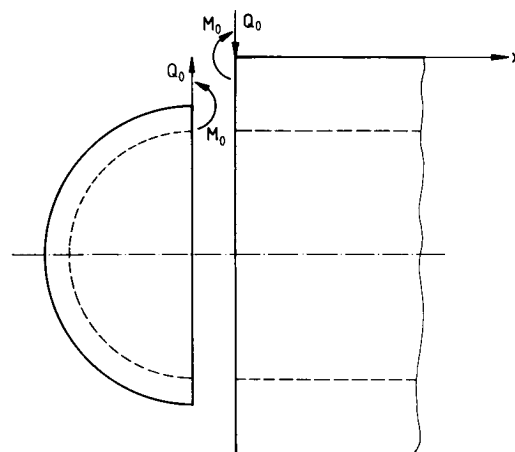


BILD 2: Störungen an der Anschlußstelle eines zylindrischen Druckbehälters zu einem Boden

Wenn der halbunendliche gebettete Biegebalken auf eine elastische Einspannung zurückgeführt werden kann, dann kann er auch durch eine Übertragungsmatrix dargestellt werden, wie es in BILD 3 nach [3] gezeigt wird. Dieses Vorgehen ist sehr vorteilhaft, auch dann, wenn es um die Idealisierung von Verzweigungsstellen geht (siehe BILD 4).

*) Prof. Dr.-Ing. H. ÖRY und Dipl.-Ing. H.-G. REIMERDES, Institut für Leichtbau der RWTH, Wüllnerstraße 7, D-5100 Aachen, und Dipl.-Ing. S. DIEKER, MBB-ERNO Raumfahrttechnik GmbH, Hüfenfeldstraße 1-5, D-2800 Bremen.